Потребность, рождающаяся из производства.

Н.А.Печерских

Аннотация: Введены понятия линейного и стохастического дефицита. Рассмотрено соответствие между стохастичиским дефицитом и напряженностью потребностей. Даны четыре меры стохастического дефицита (напряженности потребностей). Указаны связи стохастической модели дефицита с моделями очереди и логистического процесса.

Ключевые термины: потребность, интерес, ценности, напряженность потребности, дефицит, стохастические модели, время ожидания

Проблема ценностей стала одной из важнейших в современной борьбе, и идеологической, и экономической, и военной. «Порядок, основанный на правилах» против «законных интересов», «инклюзивность» и «толерантность» против «суверенитета», «зелёная повестка» против «мира вещей» – весь этот клубок конфликтов есть не столько «столкновение цивилизаций», сколько старая-престарая борьба интересов, причем не только между «цивилизациями», но в той же степени и внутри каждой «цивилизации». Соотношение и функционирование потребностей, интересов и ценностей нуждается в глубоком пересмотре.

А.В.Чаянов разработал результативный метод для анализа интересов, но в базе этого метода лежит модель потребностей, изучаемых только статистически (по К.Менгеру). Для экономистов необсуждаемой предпосылкой является убеждение в том, что «ценность всех благ измеряется только относительно человеческой потребности». *Вещь* делается *благом* (имеющим ценность) только потому, что она способна удовлетворять потребность, имеет потребительную стоимость по Марксу. В «этической экономии» П.Козловски изучается устойчивость этики в экономическом поведении, но только на базе определённых интересов.

Ценность экономическая в философском смысле есть именно благо, полезная вещь, способная удовлетворять потребности. Три слоя экономического поведения,– потребности, интересы, этика интериоризованных ценностей,– существуют как бы по-отдельности; теории, которая их связывала бы, нет. Сверх того, субъектом современной экономики является не индивид, а корпорация. Задачей данной статьи является развитие такой теории потребностей, которая позволяла бы замкнуть теорию: потребности порождаются производственной деятельностью субъекта экономики, деятельность направляется интересом и регулируется этическими ценностями.

Факт наличия потребности означает, что: а) живое существо есть целостная и вместе с тем противоречивая система; б) субъект потребности есть существо, имеющее цель-в-себе-самом, и, вместе с тем, нуждающееся во внешних условиях осуществления этой цели; в) субъект потребности есть активная самодвижущаяся система, *ориентированная в будущее*, к самовоспроизводству. Камень не имеет потребностей потому, что он не имеет *самостоятельного*, независимого от условий будущего. Животное имеет потребности потому, что у него есть внутренне запрограммированное будущее: яйцо запрограммировано развиться в гусеницу, гусеница запрограммирована превратиться в куколку, куколка – в бабочку, бабочка – отложить яйца. Потребление, удовлетворение потребностей, как раз и есть это «имманентное», внутренне запрограммированное движение в будущее.

Кроме качественного отношения к потребности, делающего некоторую вещь благом, соответствующим потребности, для экономической теории необходимо выделить количественное отношение, меру ценности блага по отношению к потребности действующего субъекта, его полезность. Такая *мера* «потребительной стоимости» по необходимости не может не быть *субъективной*, поскольку она должна соизмерить вещь с потребностью *субъекта*. Полезность есть не свойство вещи, а её отношение к потребности, отражение напряжённости этой потребности.

В XIX веке в экономике было создано три модели потребительского поведения: У.С.Джевонса, Ф.И.Эджуортаи К.Менгера. Все эти три модели потребительского поведения требуют одинаковых предпосылок, имеют, так сказать, одну и ту же «область определения». Во-первых, величины определены как потоки, а не как запасы, как скорости потребления (и производства), а не как наличные количества. Во-вторых, величина ценности имеет не кардинальное, а ординальное (порядковое) измерение: можно сказать, что для данного субъекта в данных условиях потребления предпочтительнее это или то изменение, но нельзя сказать, что одно изменение предпочтительнее во столько-то раз или на столько-то единиц[1]. В-третьих (субъективность теории!), невозможны никакие сопоставления предельных полезностей или напряженностей потребности между разными субъектами. В рамках своей «области определения» все три модели математически эквивалентны.

Величина потребления выражается с помощью структурной модели хозяйственной системы (типа модели «затраты - выпуск» В.Леонтьева) прямо и просто: $I = \boldsymbol{A} \cdot F$, где I - вектор потребления, $\boldsymbol{A}$ - матрица коэффициентов прямых затрат, F - вектор производственной программы. Однако кроме величины потребления модель К.Менгера требует так же выразить напряжённость потребности, что оказывается не так просто.

Непосредственно из модели линейного программирования выражается не напряжённость потребности в ресурсе, а дефицит ресурса, возникающий из соотношения потребления $I = \boldsymbol{A} \cdot F$ и производства $O = \boldsymbol{C} \cdot F$. Если поступление ресурсов, включая их производство внутри системы, меньше потребления, то возникает дефицит: $Z = I - O$ (по интуитивному представлению следует брать только положительные компоненты вектора Z, однако это математически необязательно).

1 Порядковая шкала предельных полезностей переводится в кардинальную, если предположить, что предельная полезность одного из благ определена каким-либо образом. см.: Чаянов А.В. Очерки по экономике сельского хозяйства. – М., 1923, с. 33-60. Условность этого приема Чаянов отмечает специально.

Как и всякая содержательная категория, понятие «дефицит» употребляется в экономике со множеством смыслов: «внутрихозяйственный» и «рыночный», «микроэкономический» и «макроэкономический» и так далее. Только что определенный «дефицит Z», *микроэкономическое внутрихозяйственное превышение потребления ресурсов над их выпуском*, есть (интуитивно понятно) предпосылка потребности, порождающей «заботу и решимость», той потребности которую в XIX веке на русском языке определяли как «нужду в чем-то», потребности, которую приходится определять как «необходимое зло» человеческого существования. Но, конечно, это еще далеко не «напряженность потребности».

Мы желаем «превратить» (теоретически) потребление в потребность и дефицит — в напряжённость потребности. Нам для этого потребуется третья категория, опосредующая превращаемую и превращённую. Эта третья категория – запас ресурсов. Сельскохозяйственное предприятие имеет запас семян; и если этот запас ресурсов «достаточен», то его руководитель склонен будет говорить, что «дефицит никоим образом не возникает». Он ошибается: «дефицит Z» в этом случаях, всё-таки, в некоторый момент имеет место.

Если в этих случаях какой-то «дефицит никоим образом не возникает», то это уже другой тип дефицита. Назовём его «дефицит χ». Этот «дефицит χ»:

- во-первых, зависит не только от затрат и выпуска (производства и потребления), но и от запаса R ресурсов в хозяйстве: $\chi=\chi(I,O,R)$;
- во-вторых существенно диахроничен, увязывает производство, потребление и запасы *относящиеся к различным моментам времени*. Если запас семян в январе недостаточен для предстоящей в мае посевной, то это уже в январе же породит у руководителя соответствующую «заботу и решимость»;
- в-третьих, существенно статистичен, вероятностен.

«Дефицит χ» реализуется в некоторый момент времени t, если в этот момент запас i-того ресурса r_i полностью срабатывается: $r_i(t)=0$, и это вынуждает хозяйство изменить производственную программу. В теории надежности, теории массового обслуживания, теории запасов и в логистике в связи с этим рассматривают «отказ» – прекращение определенного вида деятельности (например, подачи электроэнергии потребителям) и «ожидание в очереди» – отсроченное выполнение заказа. Но существует «дефицит χ» задолго до исчерпания запасов.

В линейном программировании рассмотрение производственной программы F позволяет от простейшего в математическом отношении случая квадратных матриц перейти к случаю различных размерностей «технологий» F и запасов R. Если производственная программа состоит из m форм деятельности (отраслей), а в системе обращается n видов ресурсов, то матрицы должны иметь размерность $n\times m$. Сведя коэффициенты-функции возмущений выпуска ресурсов по «отраслям», мы получаем матрицу шумов Ξ. Дифференциал запасов в условиях стационарности и равенства производства и потребления оказывается чисто стохастическим, причем «сила» шумов (амплитуда) пропорциональна производственной программе: $D_\xi R = \Xi F$. В той мере, в которой случайности возмущения различных видов деятельности независимы друг от друга, функции распределения возмущений для каждого ресурса должны тяготеть к одному из устойчивых распределений, причем из экономических соображений следует, что математическое ожидание их равно нулю. Весь процесс оказывается многомерным случайным блужданием из точки $R_0 = \begin{bmatrix} r_1(t_0) \\ r_2(t_0) \\ \dots \\ r_n(t_0) \end{bmatrix}$ (начального запаса ресурсов) с критическим условием выхода на границу $r_j = 0$ хотя бы для одного ресурса.

Даже если «дефицит χ» и реализуется в некоторый момент времени t в будущем, то «ощущается» он уже и в текущий момент времени t_0. Для организованных систем естественный отбор должен достаточно быстро сформировать «ощущение» вероятности дефицита, поскольку вынужденное изменение производственной программы может представлять угрозу выживанию системы[2]. Порогу ощущения будет соответствовать пренебрежимо малая вероятность «дефицита χ» (не требуется предпринимать что-либо для его предотвращения), а болевому порогу — катастрофически большая вероятность (почти наверное наступление дефицита ранее, чем любые возможные действия принесут результат). Замечательно, что, зафиксировав производственную программу, вероятность «дефицита χ» можно представить как функцию одной только величины запаса ресурсов.

Можно предложить несколько мер такой дефицитности ресурсов.

1. Вероятность наличия «дефицита χ» в некоторый достаточно отдаленный момент времени t_0+T.
2. Вероятность возникновения «дефицита χ» в течение определённого, достаточно продолжительного периода T (между t_0 и t_0+T).
3. Среднее время ожидания τ первого момента t_χ наступления «дефицита χ» ($\tau = t_\chi - t_0$).
4. Вероятность возникновения «дефицита χ» в течение бесконечного периода, взвешенная с достаточно быстро убывающим переменным коэффициентом, например e^{-t}.

Вероятность наличия «дефицита χ» в некоторый достаточно отдаленный момент времени t_0+T есть вероятность события { $r_i(t_0+T) \leqslant 0$ хотя бы для одного i}. Обозначим $p_i(t_0+T) = p(r_i(t_0+T) \leqslant 0)$ — вероятность дефицита i-того ресурса в момент времени t_0+T, а $\mathrm{P}_\chi(\mathrm{t}_0+\mathrm{T}) = \mathrm{P}(\mathrm{r}_\mathrm{i}(\mathrm{t}+0+\mathrm{T}) \leqslant 0 \ \text{хотя бы для одного i})$ — общую вероятность дефицита в этот же момент; тогда $P_\chi(t_0+T) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - p_i(t_0+T))$. Рассмотрим вероятность дефицита i-того ресурса как функцию запаса $r_i(t_0)$ и

[2] Для организованных систем, имеющих сигнальную подсистему для переработки информации, индивидуальный опыт работает в том же направлении. Необходимые и достаточные для этого условия рассмотрены П.Анохиным.

производственной программы. Распределение приращений за время T вычислимо как стохастический интеграл $\Phi(T,\Delta R)=\int_0^T D_\xi R=\int_0^T (\delta(\Xi \boldsymbol{t}))F=\int_0^T \boldsymbol{\Sigma}_\theta \sqrt{dt}(\Xi F)$ где $\boldsymbol{\Sigma}_\theta$ – нормализованная матрица ковариаций шумов . Поскольку рассматриваемый процесс — мартингальный, и положительные приращения равновероятны с отрицательными, то $p_i(t_0+T)$ при малых T будет близко к 0, а при неограниченном увеличении T будет стремиться к ½. При произвольном фиксированном конечном T, $p_i(t_0+T)$:

а) определено;

б) является монотонно убывающей функцией от $r_i(t_0)$;

в) имеет производную $\frac{\partial p_i(t_0+T)}{\partial r_i(t_0)}=-\Phi_i(T,\Delta r_i)|_{\Delta r_i=r_i(t_0)}$.

Следовательно, определена так же и производная «дефицита χ» по запасу любого ресурса $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_i(t_0)}$, которая характеризует предельную единицу ресурса r_i «с точки зрения полезности *для уменьшения дефицита*», но, однако, не является отражением полезности как таковой, или напряжённости потребности в этом ресурсе. И дело не только в том, что $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_i(t_0)}$ характеризует предельную полезность запаса, а в экономической теории речь шла о полезности потребляемого ресурса. С точки зрения «входа», поступление ресурса извне для пополнения запаса неотличимо от поступления для немедленного потребления. Менгер или Эджуорт столь тонких различений не проводили; вполне достаточно просто оговорить такое различение, раз оно выступает на передний план. – Гораздо важнее то, что с точки зрения хозяйственной системы как субъекта, величины $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_i(t_0)}$ несоизмеримы, их вычислимые значения — кажущиеся, но не действительные. Пусть, например, $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_i(t_0)}>\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_j(t_0)}$. Достаточно изменить масштаб, то есть в надлежащей пропорции увеличить единицу измерения r_i и уменьшить единицу измерения r_j, и отношение изменится на обратное. Кажущаяся метрической величина не имеет даже порядкового измерения. Если замена ресурса i на ресурс j в пропорции единица на единицу не приводит к уменьшению дефицита, то, вполне возможно, дефицит уменьшится, если заменять единицу i на две j, или наоборот.

Естественное соизмерение масштаба дают предельные нормы замещения ресурсов, вычислимые в модели «затраты-выпуск» локально, при заданной производственной программе[3]. Пусть, например, предельная норма замещения i-того ресурса на j-тый $MRS(i,j)=\frac{a}{b}$ (при заданных единицах измерения количеств i и j). Тогда $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_i(t_0)}\frac{1}{a}$ и $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_j(t_0)}\frac{1}{b}$ окажутся независимыми от масштаба, и их сопоставление даст вполне обоснованный ответ на вопрос о полезности предельной замены.

[3] Нормы замещения явно выражаются в симплекс-методе линейного программирования.

Другой способ определения полезности состоит в вычислении предельной полезности технологии (вида деятельности), $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial f_j}$. Совместное распределение вероятностей изменения запасов ΔR за время T вычислимо как стохастический интеграл $\Phi(T,\Delta R)=\int_0^T \Sigma_\theta \sqrt{dt}(\Xi F)$. Матрица производных $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial f_j}$ будет вычисляться как $\frac{d}{dF}P_i(t_0+T)=\int_{-\infty}^{R_0}\left(\int_0^T \delta\Xi(t)\right)d(\Delta R)$.

По отношению к $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial f_k}$ должны быть сделаны замечания, в известном смысле прямо противоположные тому, что было выше сказано о $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_i(t_0)}$. $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial f_k}$ «непосредственно» выражает предельную полезность изменения f_k в производственной программе, однако не всякое изменение производственной программы возможно из-за ограничений, накладываемых заданными величинами производства и потребления ресурсов (*O* и *I*). Если хозяйство увеличивает f_k в производственной программе, то одновременно оно должно будет уменьшить все остальные *m-1* f_j в определённой пропорции (предельная замена технологий). Любое направление изменения производственной программы, включающее скоординированные изменения всех f_j может быть оценено посредством скалярного произведения $\{\Delta f_j\}\times\frac{d}{dF}P_i(t_0+T)$, и по величине этого произведения изо всех допустимых векторов изменения программы $\{\Delta f_j\}$ может быть выбран наилучший. Впрочем, выбор наилучшего относится уже не к потребностям, а к интересам.

Вероятность возникновения «дефицита χ» в течение определённого, достаточно продолжительного периода *T* (между t_0 и t_0+T). Пусть τ_i есть момент, когда впервые обнаруживается дефицит *i*-того ресурса: $\tau_i=inf\{\tau=t-t_0 : r_i(t)\leqslant 0\}$. Распределение вероятностей $p(\tau_i<T)$ связано с $p_i(t_0+T)$ достаточно простым соотношением. Если в момент времени t_0+T имеет место дефицит, то это заведомо означает, что впервые дефицит наступил до этого момента, то есть $\tau_i<T$. Кроме того, если процесс блуждания симметричный[4], то каждой траектории, ведущей от момента первого наступления дефицита к некоторому значению дефицита ($r_i=-a\leqslant 0$) в момент t_0+T соответствует равновероятная ей траектория, ведущая от $r_i=0$ в момент первого наступления дефицита к $r_i=+a\geqslant 0$. Следовательно, $p(\tau_i<T)=2p_i(t_0+T)$. Если процесс несимметричный, но с постоянным распределением (и нулевым ожиданием) приращений, то коэффициент при вероятности дефицита будет асимптотически и монотонно стремиться к 2 по мере роста *T*. Для того, что бы этот коэффициент стал немонотонным, требуется уж очень специальная форма зависимости приращений (шума) от

[4] Рассматриваемый здесь процесс имеет нулевое математическое ожидание приращений (независимо от времени). Положительные приращения равновероятны с отрицательными. Несимметричность процесса тогда означала бы, что, например, положительные приращения происходят в среднем реже, но имеют в среднем большую величину, чем отрицательные.

времени или от других переменных. Вычисления ожидания $\langle \tau \rangle$ несимметричного процесса как симметричного могут дать систематическую ошибку, как к завышению, так и к занижению, в зависимости от формы и величины асимметрии. Но это не принципиально для использования данного показателя как меры дефицита.

При любом определенном конечном T:

1. $p(\tau<T)$ определено;
2. $\frac{\partial p(\tau<T)}{\partial r_i(t_0)}$ отрицательно и порождает тот же порядок, что и $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_i(t_0)}$, то есть если $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_i(t_0)}\frac{1}{a}>\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_j(t_0)}\frac{1}{b}$, то и $\frac{\partial p(\tau<T)}{\partial r_i(t_0)}\frac{1}{a}>\frac{\partial p(\tau<T)}{\partial r_j(t_0)}\frac{1}{b}$ (a и b — коэффициенты замещения ресурсов).
3. $\frac{\partial p(\tau<T)}{\partial f_i(t_0)}$ так же порождают тот же порядок, что и $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial f_k}$.

Таким образом, $p(\tau<T)$ и $P_\chi(t_0+T)$ в качестве мер дефицита когерентны, порождают один и тот же порядок предельных полезностей ресурсов или замены технологий.

Среднее время ожидания $\langle \tau \rangle$ первого момента t_χ наступления «дефицита χ» ($\tau=t_\chi-t_0$). Плотность $\phi(\tau)$ распределения $p(\tau<T)$ будет равна сумме *n* произведений плотностей вероятностей ненаступления частных дефицитов, в которых по очереди один из сомножителей заменяется на производную по *T*, своего рода тензорной конструкцией: сумма *n* произведений по *n* «дополнительных вероятностей», в каждом из которых, по очереди, один сомножитель заменён на производную. Элементы этой конструкции берутся из векторов $\Phi(T,\Delta R)$ и $\frac{\partial}{\partial t}\Phi(T,\Delta R)=\left\{\frac{\partial \Phi_i(T,\Delta R)}{\partial t_i}\right\}$.

Среднее время ожидания первого момента наступления дефицита:

$$\langle \tau \rangle=\int_0^\infty \tau\phi(\tau)\,d\tau=-\int_0^\infty \tau\left(\sum_{k=1}^{n}\left(\left(-2\frac{\partial}{\partial \tau}\int_{-\infty}^{-r_k(t_0)}\Phi_k(t_0+\tau,\Delta r_k)\,d(\Delta r_k)\right)\prod_{i\neq k}\left(1-2\int_{-\infty}^{-r_i(t_0)}\Phi_i(t_0+\tau,\Delta r_i)\,d(\Delta r_i)\right)\right)\right)d\tau$$

Это время конечно при любом ненулевом запасе ресурсов *R*, и возрастает, если увеличивается запас хотя бы одного ресурса r_i. Существуют так же и его производные и по запасам ресурсов, и по производственной программе.

Производная времени ожидания дефицита по запасу ресурса $\frac{\partial}{\partial r_k}\langle \tau \rangle$ основывается на тех же функциях, что и $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_i(t_0)}$, не предполагают операций, которые могли бы изменить порядок, кроме отрицания. Они когерентны в качестве мер дефицита «с точностью до обращения порядка»: когда $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial r_i(t_0)}$ больше, то $\frac{\partial}{\partial r_k}\langle \tau \rangle$ меньше, и наоборот. На использование в качестве меры полезности это обращение порядка не влияет.

Производная плотности вероятности времени ожидания наступления дефицита состоит из *n* слагаемых, каждое из которых есть произведение *n* определённых интегралов; во всех слагаемых *l*-сомножитель дифференцируется по величине запаса *l*-ресурса, и в каждом, по очереди, (1,2,…k,…n) соответствующий сомножитель дифференцируется по времени ожидания. В слагаемом, соответствующем рассматриваемому ресурсу, сомножитель с данным номером дифференцируется дважды.

В основе $\frac{\partial}{\partial f_j}\langle\tau\rangle$ лежат те же величины, что и в основе $\frac{\partial P_\chi(t_0+T)}{\partial f_i(t_0)}$; операции, которые совершаются над ними, не меняют порядка; порождаемые порядки «отличаются только знаком». Эти два класса величин когерентны в качестве мер полезности замены технологий.

Вероятность возникновения «дефицита χ» в течение бесконечного периода, взвешенная с достаточно быстро убывающим переменным коэффициентом, например *e*$^{-t}$. Обозначим ${}^eP_\chi(T)=\int_{t_0}^{\infty}P_\chi(t_0+\tau)e^{-\tau}d\tau$. Эта величина:

1. Конечна, поскольку $P_\chi(t_0+\tau)$ ограничена (<0,5).
2. Имеет производные $\frac{\partial^e P_\chi(T)}{\partial r_i(t_0)}=\int_{t_0}^{\infty}\frac{\partial P_\chi(t_0+\tau)}{\partial r_i(t_0)}e^{-\tau}d\tau$ и $\frac{\partial^e P_\chi(T)}{\partial f_i(t_0)}=\int_{t_0}^{\infty}\frac{\partial P_\chi(t_0+\tau)}{\partial f_i(t_0)}e^{-\tau}d\tau$.
3. Когерентна $P_\chi(T)$ и $p(\tau<T)$, порождает тот же порядок предельных полезностей ресурсов или замены технологий, поскольку основывается на тех же подинтегральных функциях, и требует только преобразований, не меняющих порядка.

Таким образом, все четыре предложенные величины:

1. Вероятность наличия «дефицита χ» в некоторый достаточно отдаленный момент времени t_0+T;
2. Вероятность возникновения «дефицита χ» в течение определённого, достаточно продолжительного периода T (между t_0 и t_0+T);
3. Среднее время ожидания $\langle\tau\rangle$ первого момента t_χ наступления «дефицита χ» ($\tau=t_\chi-t_0$);
4. Вероятность возникновения «дефицита χ» в течение бесконечного периода, взвешенная с коэффициентом e^{-t};

могут выступать мерой полезности для хозяйствующего субъекта — как мерой полезности дополнительного (предельного) запаса ресурсов, так и мерой полезности изменения производственной программы.

По своей логической структуре модель «полезности на основе дефицитности» отличается от предложенных классиками экономической теории, — Эджуортом, Менгером, Джевонсом, но, по-видимому, не приводит к логическим противоречиям при дальнейшем изложении экономической теории. Вычисление вероятности наличия «дефицита χ» в момент времени t_0+T требует наименьших затрат, но, как и вероятность возникновения «дефицита χ» в течение периода *T*, «субъективна», слишком сильно зависит от выбора *T*. При малых *T* обе эти величины равны 0, то есть постоянны, при слишком больших — асимптотически почти постоянны, и их частные производные неотличимы от 0. Величины взвешенной с коэффициентом e^{-t} вероятности и среднего времени ожидания наступления дефицита τ не зависят от дополнительных предположений, но требуют б***о***льших вычислений. Возможно, что на практике удобнее будет вычислять сначала $\langle\tau\rangle$, а затем — предельные полезности по вероятности наличия дефицита в момент t_0+T, принимая $T=\langle\tau\rangle$. Все используемые переменные легко наблюдаемы на микроэкономическом уровне.

В простейшем виде возникновение «дефицита χ» определимо только для складируемых товаров – сырья, материалов и комплектующих в условиях массовго производства. Для этих условий вполне адекватным приближением является Винеровская модель «нормального» белого шума. «Отказ», связанный с использованием рабочей силы, установленного оборудования или инфраструктурных ресурсов следует моделировать иначе. Для рабочей силы, установленных мощностей оборудования и инфраструктурных ресурсов «отказ», как прекращение определенного вида деятельности хорошо моделируется с помощью потока обращений. Ресурс r_i («запас в начальный момент») определяется как фонд рабочего времени людей, машин или инфраструктурных условий, измеряемых безразмерной величиной «часы работы в течение года (месяца, недели и т.п.)». Каждая форма деятельности f_j в случайный момент времени «обращается» к i-тому ресурсу, занимая («эксплуатируя») некоторую его порцию. Отказ наступает, если количество одновременных обращений превышает «пропускную способность» эксплуатируемого ресурса.

Из модели Леонтьевского типа выражается плотность потока операций, которые необходимо выполнить на данном рабочем месте, то есть определенному рабочему, вооруженному определённой машиной: $i_i = \sum_{i=1}^{n} a_{ji} f_j$ (разные формы деятельности «обращаются» к данному рабочему месту, каждая в своем объеме). Эту плотность естественно выражать в эрлангах, в часах работы за астрономический час (днях за день, рабочих неделях за неделю, максимум возможного 1 эрланг). Если эту плотность потока разделить на среднее время выполнения операции $\langle s \rangle$, то мы получим интенсивность потока заявок на выполнение операций на данном рабочем месте – классический для теории массового обслуживания параметр потока $\lambda = \frac{i}{\langle s \rangle}$. Далее в игру вступают модели массового обслуживания Эрланга, Хинчина, Поллачека и последующих авторов.

В теории массового обслуживания отказ определяется не как полное исчерпание ресурса (нулевой запас в системе), а как переполнение каналов обработки. В общем виде модель выглядит следующим образом:

- имеется несколько рабочих мест/ линий обработки/ приборов, выполняющих рассматриваемые операции, и некоторое количество мест ожидания (возможно, равное нулю);
- заявки на выполнение операций поступают независимо друг от друга с частотой $\lambda = \frac{i}{\langle s \rangle}$; выполнение операции занимает некоторое стохастическое время (минимальное время+случайное по своей природе дополнительное время);
- поступившая заявка на операцию занимает линию на определённое время; следующие заявки направляются на свободные линии;
- если все линии заняты, новые заявки ожидают в очереди, занимая места ожидания;
- отказ наступает, если новая заявка поступает при полностью занятых местах ожидания, или если длина очереди превышает определённое

значение (то же самое, только сказанное иначе), или если время ожидания в очереди превышает некоторый установленный предел.

Аналитическое решение задачи массового обслуживания в общем виде не найдено. Существуют алгоритмы решения, позволяющие в каждом отдельном случае найти частное решение. Многообразие условий частных задач столь велико, что ещё с 1960-х годов исследователи рекомендовали решать частные задачи с помощью метода стохастического моделирования Монте-Карло, то есть математическим экспериментом. Аналитическое исследование условий и возможностей сопряжения этих моделей не проводилось.

Характер шумов, порождаемых логистическим процессом (поступление ресурсов извне и отгрузка продукции покупателям) так же отличен от белого шума. Объем поступающей/отгружаемой партии задан, но вот сам момент поступления/отгрузки может наступить раньше или позже. Тем не менее, логистическая теория так же решает вопрос с отказами, например в виде промежуточного результата для определения критической величины запаса для начала оформления заказа, то есть той величины запаса, при снижении до которой следует начинать оформление заказа с тем, что бы вероятность полного исчерпания ресурса не превысила заданной величины.

Предложенные меры полезности каждая однозначно являются отражением напряжённости потребностей. Правда, без дополнительных эмпирических исследований нельзя сказать, что все случаи напряженности потребностей и полезности ресурсов могут быть ими отображены. Весьма показательно, что полезность тех или иных форм деятельности, полезность изменения производственной программы вычисляется проще, чем полезность «предельной единицы ресурса» (а полезность «непредельной единицы» вообще невыразима). Теоретическая эффективность модели линейного программирования со стохастическими дополнениями, тем не менее, показана в достаточной степени.

Литература

1. Анохин П .К. Избранные труды: Кибернетика функциональных систем/Под ред. К.В. Судакова. Сост. В.А. Макаров. — М.: Медицина, 1998. — 400 с.
2. Канторович Л. В. Математико-экономические работы / Л. В. Канторович. — Новосибирск: Наука, 2011. — 760 с.
3. Корнаи Я. Дефицит. – М., 1990 – 608 с.
4. Леонтьев В.В. Межотраслевая экономика. - М., 1997 — 480 с.
5. Чаянов А.В. Крестьянское хозяйство. – М., 1989 – 491 [2] с.
6. Хничин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания/ под ред.Б.В.Гнеденко – М: Гос.изд-во Физико-математической литературы, 1963 — 235 с.